|  |  |
| --- | --- |
|  | ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN  Khoa Vật lý - Bộ môn Tin học Vật lý  P. 408-T5, 334 Nguyễn Trãi, Thanh Xuân, Hà Nội – ĐT: 04. 35584085 |

Chủ đề 3: NỘI SUY VÀ XẤP XỈ

# I/ MỤC ĐÍCH

1. Thực hành về các phương pháp nội suy:
   * Nội suy đa thức (Interpolating polynomial):

+ Nội suy đa thức Lagrange (Lagrange Interpolating polynomial)

+ Nội suy đa thức Newton (Newton Interpolating polynomial)

* + Nội suy trên từng đoạn:

+ Nội suy Spline (Spline interpolation)\*

1. Thực hành giải bài toán xấp xỉ:

+ Xấp xỉ bình phương cực tiểu (Least squares approximation)\*

1. Thực hành các lệnh tương ứng của Matlab và so sánh: *polyfit, spline, lsqcurvefit*

# II/ NỘI DUNG

1. **Ví dụ**

Ví dụ 3.1: Nội suy Lagrange | Ví dụ 3.2: Nội suy Newton

|  |  |
| --- | --- |
| % Lagrange Interpolating Polynomial clc;clear all;close all;  X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];  Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];  n=length(X)-1; x=-2;  P=0;  for i=1:n+1 L=1;  for j=1:n+1 if j~=i  L=L\*(x-X(j))/(X(i)-X(j));  end end  P=P+L\*Y(i);  end P | % Newton Interpolatiing polynomial clc;clear all;close all;  X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];  Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];  n=length(X)-1; x=-2;  % Buoc 1: Tim ma tran sai phan F=[Y',zeros(n+1,n)]  for j=2:n+1 for i=j:n+1  F(i,j)=(F(i,j-1)-F(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));  end end  F  % Buoc 2: Tinh da thuc noi suy D=diag(F);  P=0;  for i=1:n+1 L=1;  for j=1:i-1 L=L\*(x-X(j));  end P=P+D(i)\*L;  end P |

Ví dụ 3.3: Lệnh *polyfit* | Ví dụ 3.4: Lệnh *Spline*

|  |  |
| --- | --- |
| % polyfit  clc;clear all;close all; | %spline  clc;clear all;close all; |

|  |  |
| --- | --- |
| X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];  Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];  % Noi suy: Da thuc bac >=3 pp=polyfit(X,Y,3) xx=linspace(-2,4,200); yy=polyval(pp,xx);  figure(1); plot(xx,yy);hold on plot(X,Y,'sr');hold off;  % Xap xi: Da thuc bac <3 pp=polyfit(X,Y,2) xx=linspace(-2,4,200); yy=polyval(pp,xx); figure(2);  plot(xx,yy);hold on; plot(X,Y,'sr');hold off; | X=[2 4 6 8 10 12 14];  Y=[3.1 4.4 7.2 9.8 6.8 4.5 3.9];  sp=spline(X,Y); sp.breaks sp.coefs  xx=linspace(1,15,200); yy=fnval(sp,xx); figure(1);  %fnplt(sp,[1,15]) plot(xx,yy);hold on plot(X,Y,'sr');hold off; |

Ví dụ 3.5\*: Lệnh *lsqcurvefit*

% Phuong phap xap xi binh phuong cuc tieu voi lenh lsqcurvefit

% Xap xi so lieu theo ham: y=a\*exp(b\*x^2+c\*x) clear all; close all;clc

x=0:0.2:1;

y=[2.30 2.87 3.07 4.82 6.35 10.3];

figure(1);plot(x,y,'+:')

% Tim gan dung---------------

X=x;Y=log(y); pp=polyfit(X,Y,2);

b0=pp(1);c0=pp(2);a0=exp(pp(3));

% Chinh xac f=inline('A(1)\*exp(A(2)\*(x.^2)+A(3)\*x)','A','x'); A0=[a0 b0 c0];

[An dAn]=lsqcurvefit(f,A0,x,y) xx=linspace(0,1,100);yy=f(An,xx); figure(2);

plot(xx,yy);hold on; plot(x,y,'r\*');hold off;

# Bài tập

**Bài 3.1:** Cho bảng số liệu:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -4.2 | -2.4 | -1.1 | 2.1 | 4.9 |
| y | 29.1456 | -25.5744 | 65.2761 | 51.2001 | -11.6679 |

[3.1]

Tìm giá trị nội suy tại điểm X=4; Tìm biểu thức của đa thức nội suy; Vẽ đồ thị đa thức nội suy cùng với điểm số liệu trên cùng một đồ thị.

a/ Sử dụng nội suy Lagrange [Ví dụ 3.1] b/ Sử dụng nội suy Newton [Ví dụ 3.2]

c/ So sánh kết quả 02 phương pháp trên và kết quả bằng lệnh *polyfit* trong Matlab [Ví dụ 3.3]

**Bài 3.2:** Từ bảng số liệu [3.1], sử dụng lệnh polyfit [Ví dụ 3.3] để xấp xỉ (nội suy) đa thức bậc 3, bậc 4 và bậc 5. Vẽ đồ thị hàm xấp xỉ (nội suy) cùng với bảng số liệu?

# Bài 3.3\*:

a/ Viết chương trình nội suy spline một bảng số liệu (ví dụ bảng [3.2]), vẽ đồ thị hàm nội suy cùng với các điểm dữ liệu trên cùng một đồ thị.

b/ Viết chương trình nội suy spline dạng *function file* với đầu vào là bảng số liệu cần nội suy, đầu ra là cấu trúc hệ số đa thức trên từng đoạn.

**Bài 3.4:** Một tàu thủy đi tuần ven biển cần đi qua các trạm có tọa độ như bảng [3.2] (xét trong hệ tọa độ

*Oxy* có *Ox* trùng với bờ biển coi là đường thẳng, trong phạm vi nhỏ mặt biển coi như là mặt phẳng)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 13 | 24 | 36 | 40 | 51 | 63 | 74 | 82 | 85 |
| y | 0 | 15 | 34 | 49 | 27 | 11 | 19 | 61 | 37 | 0 |

[3.2]

a/ Tàu thủy cần đi theo một đường cong trơn, sử dụng nội suy spline [Ví dụ 3.4] để vẽ một đường đi khả dĩ của tàu thủy.

b\*/ Tìm tổng quãng đường mà tàu thủy đã đi

c\*/ Với hành trình như câu a, tìm vị trí mà tàu thủy đi xa bờ nhất.

**Bài 3.5\*:** Cho bảng số liệu:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,9 | 1.2 | 1.4 | 1.8 | 2 |
| y | 0.97 | 0.69 | 0.57 | 0.46 | 0.36 | 0,31 | 0.27 | 0.21 | 0.19 |

a/ Biết y phụ thuộc x theo công thức thực nghiệm [Ví dụ 3.5] hãy xác định các hệ số a0 và a1

*y*  1

*ao x*  *a*1

[3.3]

, xử dụng xấp xỉ bình phương cực tiểu

b/ Vẽ đồ thị hàm xấp xỉ cùng với các điểm số liệu trên một đồ thị

Nội suy: Tìm đc hàm số y =f(x) thoả mãn tất cả các bảng số liệu hay Yi =f(Xi) với mọi I,

Xấp xỉ: Tìm đc hàm số y=f(x) phù hợp nhất với bảng số liệu Tổng (f(xi)-Yi)Min

Nội suy Spline: Nội suy đa thức bậc 3 ghép trơn từng đoạn. Các đa thức “Ghép trơn” là các đa thức có giá trị hàm số, đạo hàm cấp 1, đạo hàm cấp 2 bằng nhau tại các bảng số liệu tiếp giáp.

Điều kiện: x2 = P1’(X2)=P2’(X2)